ESTATÍSTICA II - 2º Ano 2º sem. 1ª Prova Intercalar 09. 04. 19

1horas. (10 valores)

Nome:____ **Nº**__________

Espaço reservado para classificações				
1 a).(15)	*2 a) (10)*	*2 d) (10)*	3 a).(10)	4 (5)
1 b).(10)	*2 b) (10)*	*2 e) (10)*	3 b).(10)	5 (5)
	2 c) (10)			T:

Atenção: 1. Devem apresentar na folha de exame a formalização e Justificação dos cálculos efectuados no EXCEL.
2. Devem fazer os cálculos no ficheiro EXCEL em folhas separadas para cada questão.
3. Nas questões de resposta múltipla uma resposta errada desconta 2.5.

1. Considere que o número de quartos em apartamentos na Área Metropolitana de Lisboa (AML), pode ser bem modelado por uma variável aleatória com distribuição Poisson de que não se conhece a média. O ficheiro EXCEL- Dados contém os valores registados para uma amostra de 50 apartamentos.

   a. Determine o estimador e a estimativa para o número médio de quartos nos apartamentoa da AML.

      $\mu_1' = E(X) = \bar{X} \quad \Leftrightarrow \quad E(X) = \lambda = \bar{X}$ então o estimador pelo método dos momentos para o número médio de quartos é $T(X_1, X_2, \cdots, X_n) = \bar{X}$

      A estimativa $t(x_1, x_2, \cdots, x_{50}) = \bar{x} = 2.82$

   b. Estude a eficiência relativa do estimador encontrado na alínea a) em relação ao estimador $T(X_1, X_2, \cdots, X_n) = \frac{X_1+X_n}{2}$..

      $E(\bar{X}) = \lambda;\ E\left(\frac{X_1+X_n}{2}\right) = \frac{1}{2}E(X_1 + X_n) = \underbrace{\frac{1}{2}[E(X_1) + E(X_n)]}_{porque\ X_1\ e\ X_n\ são\ iid\ a\ X} = \frac{1}{2}(\lambda + \lambda) = \lambda$, então são ambos estimadores não enviesados para λ.

Porque sendo elementos de uma amostra casual X_1 e X_n são independentes

      $$Var(\bar{X}) = \frac{\lambda}{50};\ Var\left(\frac{X_1 + X_n}{2}\right) = \frac{1}{4}Var(X_1 + X_n) = \underbrace{\frac{1}{4}[Var(X_1) + Var(X_n)]}_{porque\ X_1\ e\ X_n\ são\ iid\ a\ X} = \frac{1}{4}(2\lambda) = \frac{\lambda}{2}$$

      $Var(\bar{X}) < Var\left(\frac{X_1+X_n}{2}\right)$ então $\bar{X}$ é um estimador relativamente mais eficiente que $\frac{X_1+X_n}{2}$

0

2. a) Considere que a área dos apartamentos na AML tem média e variância respetivamente iguais a 162.2 e 4494.57. A partir da amostra aleatória dada, de 30 apartamentos na AML, qual a probabilidade de a maior área na amostra 0ser inferior a 250 metros quadrados?

$$P\left(X_{(n)} < 250\right) = [F_X(250)]^{30} = [NORM.DIST(250; 162.2; SQRT(4494.57); TRUE)]^{30}$$

$= [0.9048]^{30}$=0.0498

b) Diga se é verdadeira a afirmação seguinte "A variância da média da amostra é sempre igual à variância da população". Caso considere a afirmação falsa corrija-a.

A afirmação é falsa. A variância da média da amostra é inferior à variância da população para qualquer amostra com n>1 pois $Var(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$.

c) com base na amostra do ficheiro EXCEL – Dados, calcule o intervalo de confiança para a média da área de apartamentos na AML para um nível de confiança de 90%.

Variável Fulcral - $\frac{\bar{X}-\mu}{S'/\sqrt{n}} \sim t_{(n-1)}$ porque a variância da população é desconhecida.

$$IC_{\mu}^{90\%} = (135.08,\ \ 165.80)$$

d) Interprete o resultado obtido.

Se se selecionarem um grande número de amostras de dimensão 30 desta população e se calcularem $IC_{\mu}^{90\%}$, em 90% desses intervalos a média da população pertencerá ao intervalo.

e) Quais os fatores que podem fazer variar a amplitude do intervalo de confiança para um parâmetro de uma dada população?:

Os fatores que podem fazer variar a amplitude do intervalo de confiança são o nível de confiança, a dimensão da amostra e a variância da população.

3. Pretende-se estimar a proporção de apartamentos na AML que tem ar condicionado. Para tal recolheu-se uma amostra aleatória de 50 apartamentos ccujos valores constam do ficheiro EXCEL-Dados.

   a. Calcule a estimativa por intervalos para o parâmetro desejado com um grau de confiança de 99%.

   Variável Fulcral - $\frac{\bar{X}-\theta}{\sqrt{[\bar{X}(1-\bar{X})]/n}} \dot{\sim} N(0,1)$

$$IC_{\theta}^{90\%} = (0.0844,\ \ 0.3956)$$

b. Determine qual o nível de confiança que permite reduzir para metade a amplitude do intervalo calculado na alínea anterior, mantendo constante a dimensão da amostra.

$$\frac{1}{2} Amplitude\ IC_{\theta}^{909} = 0.1556 = 2z\alpha/_2\sqrt{\frac{\bar{x}(1-\bar{x})}{n}} \Leftrightarrow z\alpha/_2 = \frac{0.1556*\sqrt{50}}{2*\sqrt{\bar{x}(1-\bar{x})}} = 1.2879$$

$$\alpha/_2 = P(Z \leq -1.2879) = 0.0989 \Rightarrow \alpha = 2 * 0.0989 = 0.1978 \Rightarrow 1 - \alpha = 0.8022 \approx 80\%$$

4. *Seja* θ a proporção de “primeiros serviços” que o João consegue acertar nos seus jogos de ténis. Verificando que acertava apenas 40% dos “primeiros serviços” o João decidiu ter aulas com um treinador famoso para melhorar a sua “performance”. O custo das aulas com o treinador escolhido é muito elevado. Completadas as aulas, o João resolveu testar

$$H_0: \theta = 0.4\ contra\ H_1: \theta > 0.4$$

Interprete os erros de 1ª e 2ª espécie associados a este ensaio.

Erro de 1ª espécie – João concluir que tinha melhorado a sua performance quando de facto tal não aconteceu o que o pode levar a continuar com aulas com o treinador que não contribuiu para o João melhorar a sua performance.

Erro de 2ª espécie- João concluir que não tinha melhorado a sua performance quando de Na realidade melhorou, levando-o a desistir das aulas com o treinador.

5. Se num tete de hipótese simples contra hipótese simples tem uma probabilidade de erro de 2ª espécie igual a 0.3, isto significa que:

i.Quando H_1 é verdadeira, a probabilidade de H_0 ser rejeitada é 0.3
ii.Quando H_0 é falsa, a probabilidade de H_0 ser rejeitada é 0.3
iii Quando H_0 é verdadeira, a probabilidade de H_0 não ser rejeitada é 0.3
iv. Quando H_0 é falsa, a probabilidade de H_0 não ser rejeitada é 0.3 X